

考えさせる授業の創造

～ 振り返って考える活動を重視して ～

萩原喜成 井上 透 櫻井順矢 日向昭子

1 目指す生徒像と研究主題設定の理由

本校数学科で目指す生徒像は、1つのことにこだわりをもち、粘り強く考えることのできる生徒である。たとえ素晴らしい解決に至らなくても、問題の解決に向けてあきらめずに、誠実に取り組もうとする生徒を育てたい。そのためには、日々の授業において、実際に生徒を考える場におき、問題に対して誠実に向き合い、何とか解決しようと粘り強く取り組む経験を数多くさせることが大切である。

このような授業において考える主体は、もちろん生徒であるが、生徒を考える場におくためには、教師が積極的に関わることが必要である。とくに、数学科という教科の特性上、問題を与えただけで生徒が自然と考え出すような、生徒にとって身近で切実な現実問題を与え続けることは難しい。数学的に理想化・単純化された問題を扱うことも多い。教師が積極的に関わる中で、生徒に主体性をもたせるようにしながら、生徒が考える場をつくるのである。また、学習の過程においても、あたかも生徒の力だけで学習が深化・発展していったかのように、うまく教師が働きかけをしなければならぬ。以上のことから、本校数学科では、生徒が「考える」授業をめざすのであるが、生徒に主体性をもたせながらも、あくまで教師が主導権をとり、生徒を考える場におくことをめざすという意図を含めて、「考えさせる授業の創造」という表現で研究主題を設定し、研究を進めていきたい。

「考えさせる授業」を創造するには、教師がいかに深く教材研究を重ね、緻密に計画を立てるかが重要である。生徒を考える場におくために、教師が果たすべき役割は多岐に渡る。具体的には、数学的に内容の豊かな題材の設定、生徒の実態や扱う題材に合った適切な発問、生徒が考える時間の確保、教師による生徒の観察、数学的に深化・発展させるような練り上げなどである。このような「考えさせる授業」のあり方についての研究は、本校数学科において追究しなければならない永遠のテーマである。そこで、研究主題「考えさせる授業の創造」については、今後も普遍のものとしたい。副主題には、そのときの教育情勢に応じた、あるいは、全体研究に合わせ、「考えさせる授業の創造」のための具体的な手だてとなるようなことを設定していくものとする。

2 全体研究との関わりについて

数学科の研究主題は「考えさせる授業の創造」である。生徒が「深く考える」授業をめざしているという点で全体研究と同じ方向性であると考えている。全体研究では「深く考える」授業のために「自分自身を俯瞰すること」を取り入れることとしている。数学科としては「自分自身を俯瞰すること」を「振り返って考える活動」と捉え、そのことを通して、生徒に次の2つの視点をもたせることをねらいとした。

- ・自分の考えを再評価し、よりよい改善を図ること。
- ・自分の考えを再評価し、さらなる発展を図ること。

数学科の授業において、振り返って考える活動というとき、どのようなものが考えられるであろうか。第1に、「作業」を通して振り返る場面が考えられる。本校数学科では、「作業」を重視した授業について研究を進めてきた。実際に手を動かすことで、内在する数学的な事実や自分の思考が顕在化するため、生徒は絶えず振り返って考えながら試行錯誤をすることになる。その結果、生徒は夢中になって問題に取り組み、粘り強く考えることにつながったり、顕在化した生徒の思考の様相を観察して評価に生かすことにつながったり等の利点がある。(本校数学科でいう「作業」は、模型をつくったり、図をかいたり、計算などを繰り返したり、念頭操作をしたりなど、広い意味で捉えている。) 第2に、見いだしたことがらに

ついて振り返る場面が考えられる。問題解決の過程で見いだしたことがらについては、その妥当性を検証する必要がある。検証においてはそれまでの過程を振り返ったり、自分が暗黙裏に前提としていることは何かを振り返ったりしながら、評価・改善をしていくことが大切である。第3に、他者との相互作用を通して振り返る場面が考えられる。自力解決の場面でペアやグループを活用して他の生徒と交流したり、一斉指導の場面で他の生徒の発表をもとに議論をしたりなど、他者との相互作用が大切である。そのことを通して他者の考えを知ることは、自分の見方や考え方を客観的に見直すことにつながる。

本研究では、上記の3つの活動を重視していくものとし、研究副題「振り返って考える活動を重視して」を設定した。

3 本校数学科における「考えさせる授業」について

数学科でいう「考えさせる授業」とはどのような授業であるべきかについて、概観してみたい。授業の流れを導入・展開・まとめという3つの過程としてとらえ、それぞれの過程において考えさせる授業を創造するための工夫が考えられる。

授業の導入の過程においては、教材が何より大切である。数学の授業において設定する問題場面において、生徒がその問題を何とかして解決したくなるような教材を用意し、生徒がその問題場面に引き込まれるような導入の工夫が必要となる。具体的には、現実事象を扱い、数学化するような問題であれば、生徒に与える情報について、映像や写真で与えるのか、数値データで与えるのか、実際に図をかいたり、模型を作らせたりするのかなど、さまざまな要素が関係してくる。さらに、その数値についても後の活動を想定して、吟味を重ねて設定する必要もあろう。いずれにしても、授業の導入の過程がうまくいけば、生徒はその活動にのめり込み、教師が指示をしなくとも考え始めるであろう。そのために、生徒にとって解決を迫られる切実な問題や新鮮な感動が味わえる問題など、生徒の生活に直結し、興味関心をかき立てるような素材をもとに問題場面を設定することが考えられる。あるいは、生徒の知的好奇心を揺さぶるような問題場面を設定することも考えられる。生徒のもつ信念や先入観を利用し、既有的知識や経験とのズレや矛盾を感じさせるのである。生徒はそういったズレや矛盾を感じたときに、その原因を探り、何とか解消したいと自然と考え始めるものである。

展開の過程においては、生徒が問題に取り組む、試行錯誤をしている場面が想定される。生徒が夢中になって問題に取り組んでいるときには、十分な時間を確保して生徒の思考に委ねることが大切である。生徒が誤った方向に向かっていたり、行き詰まっていたりしている様子がみられても安易にヒントを与えて誘導するようなことはせず、じっくりと粘り強く考えさせるのである。生徒の誤りや行き詰まりは必ずしも悪いものばかりではなく、それを客観的に見直すことによって正しい考えや向かうべき解決へと思考が進むこともある。本校数学科でこれまで研究してきた「作業」は、自分の思考を客観的に見直す上で有効であった。例えば、正四面体と正八面体の面を合わせると全体として何面体ができるかという問題では、頭の中で考えてみると、互いに重なり合う面を考慮して $4 + 8 - 2 = 10$ より、十面体になると予想する生徒が多い。しかし、実際に模型をつくらせてみると、2つの面で1つの平面をなす部分が3カ所あり、 $4 + 8 - 2 - 3 = 7$ より、七面体になることに気づく。生徒は自分の予想と異なるわけを知ろうと、その模型を注意深く観察し、必然的に二面角について考察を始める。このように、「作業」を重視することは、自分の思考を客観視する上で重要な役割を果たすのである。

また、教師が生徒の「作業」の様子をつぶさに観察し、他の生徒にとってよい刺激となる生徒の考えを全体で取り上げて、共有させることも有効である。それによって、生徒は教材について別の視点から見たり、自分の考えを改めて見直したりすることができる。教師は、どのようなタイミングで生徒に自分の思考を客観視させるかを見極めることが大切である。これもまた教師の教材研究の深さに依存する。また、どのような方法で生徒に自分の思考を客観視させるかも重要であり、上記はその一例に過ぎない。生徒がメタ認知できるような工夫をしたり、グループやペアを活用して、他の生徒との相互作用を促すような工夫をしたりなど、さまざまな方法が考えられる。

まとめの過程においては、生徒一人ひとりの考えや小グループごとの考えなどを全体で共有したり、共通点や相違点を見いだしたりして、学習内容を統一的にとらえてまとめたり、そこからさらに発展的にとらえて別の課題につなげたりなど、いわゆる練り上げの過程を大切にしたい。

以上が、本校数学科でいう「考えさせる授業」を概観したものである。概観といっているのは、考えさ

せるといっても生徒の思考の様相は、生徒によっても教材によってもさまざまであり、それに対する教師の対応もまた多種多様であるからである。そのような複雑なものを論理的に説明できるはずはなく、具体的な生徒の様子を例にあげてその一端を示していく他ないと考えている。

4 本研究の目的と手立て

本研究の目的は、「考えさせる授業」を開発・実践することを通して、生徒の考える力を育成することである。また、振り返って考える活動を重視することにより、生徒が、自分の考えを再評価し、よりよい改善やさらなる発展を図ることができるようにしていく。そこで、本研究では、次の2つの手立てを取り入れた授業づくりを進めていく。

① 生徒の知的好奇心を揺さぶり、生徒が自然と考えたくなるような問題を設定すること

生徒のもつ信念や先入観を利用し、既存の知識や経験とのズレや矛盾を感じさせることで、「その原因を探りたい」「その矛盾を何とか解消したい」という強い思いをもつであろう。生徒が問題を解決する必然性をもてるような授業をつくっていききたい。

② 振り返って考える活動を取り入れること

振り返って考える活動を取り入れることによって、生徒が、自分の考えを再評価し、よりよい改善やさらなる発展を図ることができるようにする。具体的には次の3つの活動を取り入れていく。

- A. 「作業」を通して振り返って考える活動
- B. 見いだしたことがらについて振り返って考える活動
- C. 他者との相互作用を通して振り返って考える活動

このうち、BとCについては、算数・数学の授業における練り上げに関わる活動である。自力解決後に、自分の考えを発表したり、他者の考えを聞いたり、それをもとに共通点や相違点などを上げながら議論することを通して、学習内容を深化・発展させていくというものである。

5 研究の内容

- (1) 教材を開発し、実際に授業実践を行い、生徒が考えたくなるような数学的に内容の豊かな教材を探る。
- (2) 授業の最中や授業後の生徒の様子を観察し、「振り返って考える活動(A～C)」のあり方を探る。
- (3) 授業実践を本校数学科のカリキュラムに位置づけ、追実践を行うなどの継続した研究にしていく。

1. 題材名 「スギ花粉の飛散量を予測する方法を考えよう。」 (単元名：1次関数)

2. 本時のねらい

- 1次関数の学習と関連づけて、具体的な事象の中から関係のありそうな2つの数量を取り出し、その関係を1次関数とみなして問題解決に利用することができる。
- 表やグラフをもとに2つの数量関係の傾向をよみとり、1次関数を用いて処理する方法を考えることができる。

3. 本時の授業

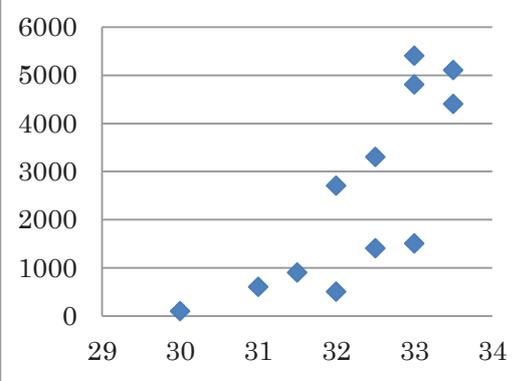
(1) 日時 平成26年10月18日(土) 10:00~10:50

(2) 場所 山梨大学教育人間科学部附属中学校 2年2組教室(2階)

(3) 展開

第1時(前時)

過程	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	留意点																																													
導入 15分	<p>1. 課題を把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・過去の新聞記事でスギ花粉症の注意喚起をしているものを見せ、疑問に思うことを聞く。 ・スギ花粉について説明する。 ・雄花はいつ花をつけるのか? <p>課題：来年のスギ花粉の飛散量を予測しよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・なぜ、花粉の量が予測できるのか? ・夏→7・8月 	<ul style="list-style-type: none"> ・なぜ予測できるのか疑問をもたせる。(*①) ・雄花の着花量と飛散量に比例関係があることにふれる。 																																													
展開 ① 25分	<p>2. 条件の共通理解</p> <ul style="list-style-type: none"> ・甲府市では、7・8月の気温とスギ花粉の飛散量の間に関係があるという。今回は、夏の最高気温の平均をもとに、スギ花粉の飛散量を予測する方法を考えることを伝える。 	<ul style="list-style-type: none"> ・今年の夏の気温・降水量・日照時間・天気等(気象条件) ・過去の夏の気象条件とスギ花粉の飛散量 ・飛散量の多い年と少ない年は交互にくると聞いたことがある。 	<ul style="list-style-type: none"> ・スギ花粉ができる過程をつかませ、何がわかればスギ花粉の飛散量が予測できるのか自分なりに考えさせる。(*①) ・前年度の最高気温の平均と花粉の飛散量の間に関係があることを理解させる。 ・今年のスギ花粉の飛散量は生徒には提示しないものとし、授業の最後に、検証する材料として扱いたい。 																																													
<p>下の表は、甲府市のスギ花粉の飛散量とその前年7・8月の最高気温の平均のデータを表に整理したものです。これをもちに、花粉の飛散量を予測するにはどのようにすればよいか考えよう。そして、2015年のスギ花粉の飛散量を求めよう。(2014年夏の最高気温の平均は℃です)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>年</th> <th>前年7・8月最高気温平均(℃)</th> <th>スギ花粉飛散量(個/cm²)</th> <th>年</th> <th>前年7・8月最高気温平均(℃)</th> <th>スギ花粉飛散量(個/cm²)</th> <th>年</th> <th>前年7・8月最高気温平均(℃)</th> <th>スギ花粉飛散量(個/cm²)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2002</td> <td>33.5</td> <td>4400</td> <td>2006</td> <td>32</td> <td>500</td> <td>2010</td> <td>31</td> <td>600</td> </tr> <tr> <td>2003</td> <td>33</td> <td>1500</td> <td>2007</td> <td>31.5</td> <td>900</td> <td>2011</td> <td>32.5</td> <td>5100</td> </tr> <tr> <td>2004</td> <td>30</td> <td>100</td> <td>2008</td> <td>32</td> <td>2700</td> <td>2012</td> <td>32.5</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td>2005</td> <td>33</td> <td>4800</td> <td>2009</td> <td>32.5</td> <td>3300</td> <td>2013</td> <td>33</td> <td>5400</td> </tr> </tbody> </table>				年	前年7・8月最高気温平均(℃)	スギ花粉飛散量(個/cm ²)	年	前年7・8月最高気温平均(℃)	スギ花粉飛散量(個/cm ²)	年	前年7・8月最高気温平均(℃)	スギ花粉飛散量(個/cm ²)	2002	33.5	4400	2006	32	500	2010	31	600	2003	33	1500	2007	31.5	900	2011	32.5	5100	2004	30	100	2008	32	2700	2012	32.5	1400	2005	33	4800	2009	32.5	3300	2013	33	5400
年	前年7・8月最高気温平均(℃)	スギ花粉飛散量(個/cm ²)	年	前年7・8月最高気温平均(℃)	スギ花粉飛散量(個/cm ²)	年	前年7・8月最高気温平均(℃)	スギ花粉飛散量(個/cm ²)																																								
2002	33.5	4400	2006	32	500	2010	31	600																																								
2003	33	1500	2007	31.5	900	2011	32.5	5100																																								
2004	30	100	2008	32	2700	2012	32.5	1400																																								
2005	33	4800	2009	32.5	3300	2013	33	5400																																								

	<p>3. 自力解決</p> <ul style="list-style-type: none"> 個人で考える。 (解決の方法を個人で決定し、解決に向けて考えさせる) 	<ul style="list-style-type: none"> データの並べ替えをする。(気温を昇順または降順に並べる。) <table border="1" data-bbox="598 241 1002 696"> <thead> <tr> <th></th> <th>前年7・8月の最高気温</th> <th>飛散量</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>30</td><td>100</td></tr> <tr><td>2</td><td>31</td><td>600</td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr><td>7</td><td>32.5</td><td>500</td></tr> <tr><td>8</td><td>32.5</td><td>5100</td></tr> <tr><td>9</td><td>33</td><td>1500</td></tr> <tr><td>10</td><td>33</td><td>4800</td></tr> <tr><td>11</td><td>33</td><td>5400</td></tr> <tr><td>12</td><td>33.5</td><td>4400</td></tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> グラフ用紙に点をプロットし傾向を探ろうとする。  <ul style="list-style-type: none"> 2点を選んで、1次関数の式をつくる。 →どの2点を選んだのか?根拠は何か? プロットした点が右上がりになっている。 同じ気温でも、花粉の飛散量はばらばらな値になっているので、予測はできないのではないかと。 		前年7・8月の最高気温	飛散量	1	30	100	2	31	600	7	32.5	500	8	32.5	5100	9	33	1500	10	33	4800	11	33	5400	12	33.5	4400	<ul style="list-style-type: none"> グラフ用紙や電卓を使用し自由に考えさせる。(*②-A) <div data-bbox="1082 248 1225 629" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>例えば、 32℃は2つあるので、 飛散量も 500～2700 の間であると予測し2 つの間の平均をとる。</p> </div>
	前年7・8月の最高気温	飛散量																															
1	30	100																															
2	31	600																															
...																															
7	32.5	500																															
8	32.5	5100																															
9	33	1500																															
10	33	4800																															
11	33	5400																															
12	33.5	4400																															
<p>まとめ 10分</p>	<p>4. 自らの考えを振り返り妥当性の分析 (4人グループ)</p> <ul style="list-style-type: none"> 班ごとに気付いたことを挙げる。 	<ul style="list-style-type: none"> 前年の夏の気温と花粉の飛散量の間には1次関数を利用できるのではないかと。 前年の夏の気温と花粉の飛散量の間にはばらつきがあるので1次関数を利用できるとはいえないのではないかと。 	<ul style="list-style-type: none"> 友人の考えを聞きながら自分の考えを振り返り、新たな疑問をもつ。(*②-C) 																														

第2時（本時）

過程	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	留意点
前時の確認 10分	5. 前時の課題の確認をする。		
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 前時の課題：下の表は、甲府市の7・8月の平均気温とスギ花粉の飛散量のデータを表に整理したものです。 これをもとに、花粉の飛散量を予測するにはどのようにすればよいか考えよう。 そして、2015年のスギ花粉の飛散量を求めよう。(2014年夏の最高気温の平均は32℃です) </div>		
	6. 前時にまとめたことや班で考えた意見を確認させる。		<ul style="list-style-type: none"> ・1次関数とみなしてよいのかというところに疑問をもたせ、みなすための方法を考えさせる。 (*①)
展開② 20分	7. グループで話し合う		
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 課題：前時にまとめたことをもとにして、気温と飛散量の間にはどのような傾向があるか考えよう。 </div>		
15分	<ul style="list-style-type: none"> ・過去のデータを利用して全体の傾向をつかむにはどうしたらよいかに焦点を当てて考えさせる。 	(予想される生徒の反応の詳細は最終ページにあり) ※1 大量飛散年の翌年は、飛散量が減少することから、大量飛散年の翌年の飛散量を異常とみて、データから外して考える。 ※2 大量飛散年の翌年は、飛散量が減少することから、大量飛散年の飛散量を異常とみて、データから外して考える。 ※3 大量飛散年とその翌年を分けて、2つの傾向をよみとる。 ※4 大量飛散年とその翌年の、気温と飛散量を平均して考える。 ※5 同じ気温の年は、飛散量の平均値をとって考える。	<ul style="list-style-type: none"> ・飛散量を予測するためによりよい方法をグループで考察する>(*②-A, B, C)
	8. 全体での交流		<ul style="list-style-type: none"> ・各班の考え方を知る(*②-C) ・各班の意見を聞いたうえで、参考になったことや数学的に疑問をもったところのメモをとるようにさせる。
まとめ 5分	9. 本時のまとめ		
	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の考えをもう一度整理する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の考えの改善点や、よいと感じた方法等を学習感想にまとめる。 	

※なお、指導案中の「*①および②-A, B, C」は、教科総論「4 本研究の目的と手立て」にある①および②-A, B, Cの項目を指す。

《参考文献》

- ・岸保鉄也ほか(1995)「スギ・ヒノキ花粉飛散予測 1995年甲府盆地において」山梨医大誌
- ・新井仁(2006)「スギ花粉飛散量予測を題材とした関数領域の指導について」日本数学教育学会誌 88巻 第11号 pp.11-18
- ・新しい数学2 平成23年検定済教科書・指導書 東京書籍
- ・山梨県衛生環境研究所「スギ花粉飛散量データ 1987~2013」
- ・山梨県衛生公害研究所 年報 第46号 2002年 pp.51-58

1. 題材名 「落下してくるボールに地面ギリギリでタッチするにはどうすればよいだろうか」
 (単元名：関数 $y = ax^2$)

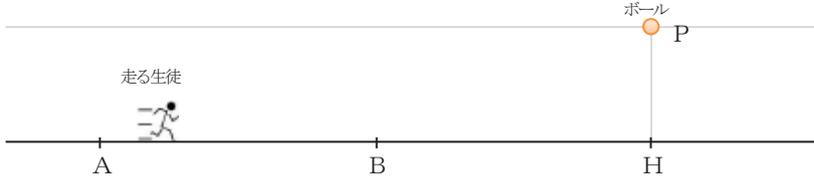
2. 本時のねらい

- 落下してくるボールの運動の様子を $y = ax^2$ ，走ってくる人の運動の様子を $y = ax$ という時間 (x 秒) と距離 (y m) の関係でとらえ，それらを利用して，地面ギリギリでタッチするにはどうすればよいかを考えることができる。
- 適切な仮定を設定して事象を数学化し，問題を解決することができる。
- 問題の仮定について振り返って考え，仮定をおくことによって一次関数や二乗に比例する関数とみて問題解決が図れるというよさをする。

3. 本時の授業

- (1) 日時 平成26年10月18日(土) 11:10~12:00
- (2) 場所 山梨大学教育人間科学部附属中学校 3年1組教室(3階)
- (3) 展開

第1時(本時)

進	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	留意点
導 入	<p>1. 問題場面を把握する</p> <p>○映像を観て場面をつかむ。</p> <p>○問題を知る。</p>		<ul style="list-style-type: none"> ・映像を見せながら簡単に説明する。 ・成功例，失敗例をいくつか見せる。
	<p>問題 生徒が走ってきて，地点Bを通過した瞬間にボールを落とすとすると，ボールが地面に到達する前にタッチすることはできるだろうか。ただし，BH=6m，PH=3mとする。</p> 		
展 開	<p>「何がわかればよいだろうか」</p> <p>2. 生徒が走る様子とボールが落ちる様子を時間と距離の関係で捉える。</p> <p>「生徒が走る様子における時間と距離の間には，どのような関係があるだろうか」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>走る生徒の式</p> $y = 7x$ </div>	<ul style="list-style-type: none"> ○生徒の走る速さ ○生徒の走る距離 (AH, BH) ○ボールを落とす高さ (PH) ○ボールを落としてから地面に着くまでの時間 ○生徒が地点Bを通過してから落下地点Hに到達するまでの時間 <p>○生徒の走る速さが一定であると考えれば「距離は時間に比例する」と言える。</p> <p>○生徒の走る速さがだんだん速くなると考えれば「距離は時間の二乗に比例する」と言える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・知りたいことがらのみ板書する。 ・ノート指導をする。(消さない，思考の変容を記録するなど) ・走る速さは，生徒に自分なら毎秒何mの速さで走れるかを問い，実感をもたせる。桐生選手の100mを約10秒で走る例を挙げる。 ・速さ一定であると仮定することを確認する。

	<p>「ボールが落ちる様子における時間と距離の間には、どのような関係があるだろうか」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> 落下するボールの式 $y = 4.9x^2$ </div>	<p>○ボールの落ちる速さは、重力の影響でだんだん速くなるはずなので、「距離は時間の二乗に比例する」と言える。</p> <p>○ボールの落ちる速さは、一定ではないはずなので、比例ではない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 自由落下運動の式で、4.9は理想化した数であることを確認する。
<p>追求</p>	<p>3. 自力解決をする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 条件を表す式を利用し、問題を解決する。 ○ボールの式の y に3を代入して $x = \frac{\sqrt{30}}{7}$，生徒の式の y に6を代入して $x = \frac{6}{7}$ を求め、2つの値の大きさを比較する。 ○生徒の式の y に6を代入して $x = \frac{6}{7}$ を求め、ボールの式に代入して $y = 4.9 \times \left(\frac{6}{7}\right)^2$ より、$y = 3.6$ を得る。 ○ボールの式の y に3を代入して $x = \frac{\sqrt{30}}{7}$ より、生徒の式に代入して $y = \sqrt{30}$ を得る。 ・方程式の解をよむ（解釈する） ○ボールが先に落ちる。（失敗する） ○生徒が先に到達する。（成功する） ○生徒が通り過ぎる。（失敗する） ○成功させる（ちょうどギリギリのところではボールにタッチさせる）にはどうすればよいのだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> 平方根は近似値で考えてもよいこととする。 どのように解釈したのかを説明させる。
<p>まとめ</p>	<p>4. よりよい解決のための方針を立てる。</p> <p>○学習感想を書く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ①落とす高さを変えればよいのではないか。 ②走る距離を変えればよいのではないか。 ③走る速さを変えればよいのではないか。 	<ul style="list-style-type: none"> 成功させるためにどうすればよいかという問いが生徒からでない場合は、こちらから与える。

第2時（次時）

選	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	留意点
<p>導入</p>	<p>1. 前時の振り返りをする。</p> <p>○問題を知る。</p>		
<p>展開</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>問題2 生徒が走ってきて、地点Bを通過した瞬間にボールを落とすとすると、ボールが地面に到達するギリギリのところではどうすればよいのだろうか。</p> </div> <p>○条件を表す式をよむ。</p> <p>走る生徒の式 $y = 7x$</p> <p>落下するボールの式 $y = 4.9x^2$</p> <p>2. 自力解決をする。</p>	<p>○成功させる（ちょうどギリギリのところではボールにタッチさせる）にはどうすればよいのだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ①落とす高さを変えればよいのではないか。 ②走る距離を変えればよいのではないか。 ③走る速さを変えればよいのではないか。 <p>①落とす高さを変える</p> <ul style="list-style-type: none"> ・高さを4mにした場合を考える。 $4 = 4.9x^2$ <p>これを $y = 7x$ に代入すると</p> $x = \pm \frac{2\sqrt{10}}{7} \quad y = \pm 2\sqrt{10} \approx 6.325$	<ul style="list-style-type: none"> ノート指導をする。（消さない、思考の変容を記録するなど） 平方根の近似値を求める際には、電卓を使ってもよいこととする。 机間巡視をして、どの方針で考えているかを確認し、できる限り異なる方針を立てた生徒同士が交

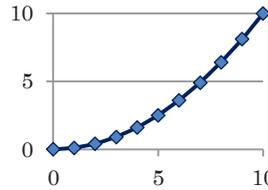
4. 発展的な問題に取り組む。

問題 3 この生徒は、もっと遠くから走ってきて、ボールが地面に到達するギリギリのところまでタッチできる瞬間の映像を取りたいと考えました。「走る距離」を10 m (BH=10) とするとき、「ボールを落とす高さ」(PH) を何mにすればよいですか。また、「走る距離」を20 m, 30 mに変えた場合の「ボールを落とす高さ」はどうですか。

- 具体的な数値を式に代入して求める。
- 方程式を使って求める。
- 「ボールを落とす高さ」は「走る距離」の関数であると捉える。

$$y = 4.9 \times \left(\frac{a}{7}\right)^2$$

$$y = \frac{1}{10} a^2$$



- ・式で求めた過程に注目させる。何を変数とするか。
- ・グループでの解決が難しい場合は、一斉指導に戻し、全体で考えていく。

まとめ

4. 問題の構造を整理する。

○ボールが地面に到達するギリギリのところまでタッチできるような「走る距離」と「ボールを落とす高さ」の関数 $y = ax^2$ で捉えることができることを確認する。

○学習感想を書く。

○関数で捉えて、グラフに表すと、ボールが地面に到達するギリギリのところまでタッチできるような「走る距離」と「ボールを落とす高さ」の組合せが一目でわかる。

- ・関数で捉えるよさを知らせるようにする。
- ・関数で捉える考えが出ない場合は、「走る距離」をいろいろな値にした場合の点を座標にプロットしながら、関数的に見ることができるようになる。

6 研究の成果と課題

① 生徒の知的好奇心を揺さぶり、生徒が自然と考えたくなるような問題を設定すること

公開研究会で行われた2本の授業は、いずれも現実の事象を題材にして、それを数学の舞台にのせて議論する、「数学を活用する」内容であった。数学を活用した学習について、現行の学習指導要領では次のように述べられている。

子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり、学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要である。そのために

- ・数量や図形の意味を理解する上で基盤となる素地的な学習活動を取り入れて、数量や図形の意味を実感的に理解できるようにすること
- ・発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）による教育課程により、理解の広がりや深まりなど学習の進歩が感じられるようにすること
- ・学習し身に付けたものを、日常生活や他教科等の学習、より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する。

公開授業Ⅰについては、なぜ未知のことが予測できるのかという問いをもとに、生徒が変数を特定し、1次関数とみなして傾向を探るところまで行き着けるかが見所であった。実際の授業では、もっている知識や技能・見方や考え方などを総動員して何とかして問題を解決しようとする生徒たちの懸命な様子がうかがえた。現実の事象における問題を、学んできた数学を駆使して解決できないかという試みは、生徒にとって興味深いものであったと考える。また、公開授業の前時の導入場面において、スギ花粉が飛んでいる映像を見せる工夫も、生徒の関心を高める効果があったと考えられる。

公開授業Ⅱについては、多くの生活で似たような経験をしたことがあり、生徒にとって身近に感じられる題材である。その一方で、ボールの落下運動の様子と走っている人の様子を結びつけて数学化するところや、得られた数学的な結論を現実場面でするところは困難を伴う。解決できそうでなかなか容易に解決できないというところに、この題材の面白さがある。実際の授業では、公開授業Ⅰ同様、生徒は興味深く話に聞き入り、問題の解決に向けて最後まで集中して熱心に取り組んでいた。その様子から、指導者の意図は生徒にも伝わっていたものと考えられる。

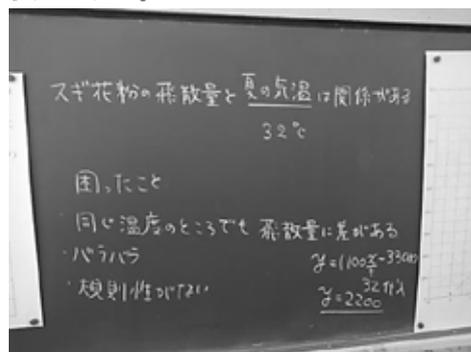
② 振り返って考える活動を取り入れること

- A. 「作業」を通して振り返って考える活動
- B. 見いだしたことがらについて振り返って考える活動
- C. 他者との相互作用を通して振り返って考える活動

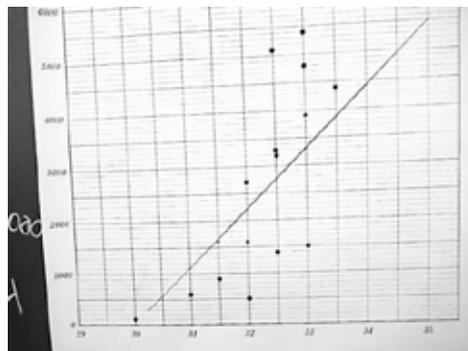
授業後の研究会では、さまざまな観点から授業についての議論がなされ、参観者の先生方との意見交換や指導者の先生方からの指導・助言から多くの示唆を得ることができた。

公開授業Ⅰについては、スギ花粉の飛散量と相関がある要素の特定、およびそこに至るまでの過程、提示するデータの個数、1次関数とみなすこと、散布図のとらえ方、外れ値をとる場合の見方と平均値をとる場合の見方、生徒の意図と教師の意図とのズレなどに関する議論が交わされた。

今回の授業Ⅰのような現実の事象を題材にする場合では、どのような要素を変数として特定するのか、どのような点を理想化・単純化するのかといった議論が必要となる。実際の授業では、スギ花粉の飛散量と夏の最高気温の平均に相関があるものとして、生徒の多くがデータを方眼紙にプロットして散布図をつくっていた。データの傾向を探るのか、変化の様子を探るのかが明確にならず、生徒もどうすればよいのか判断に迷う様子が見受けられた。教師がねらいを明確にもち、議論を通して共有化を図ることで、生徒の活動もまたちがったものになると思われる。

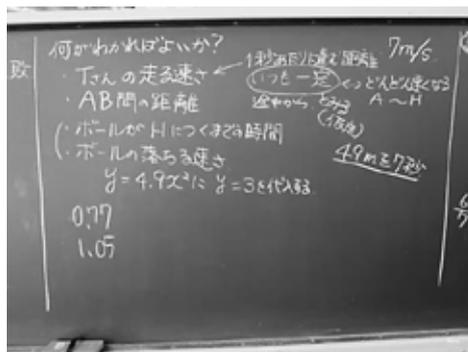


また、振り返りということについては、外れ値をとる場合の見方と平均値をとる場合の見方について議論したり、直線とみる場合の見方とそれ以外の見方について議論したりすることを通して、丁寧に1次関数に帰着させていくというアプローチが大切である。初めから「1次関数ありき」ではなく、そうした過程を通して「1次関数とみなすよさ」を浮き彫りにして、徐々に方向性を固めていくことで、より確かな、考えを深める学習が期待できる。生徒に深く考えさせる授業展開の仕方については、今後まだ多く検討の余地がある。

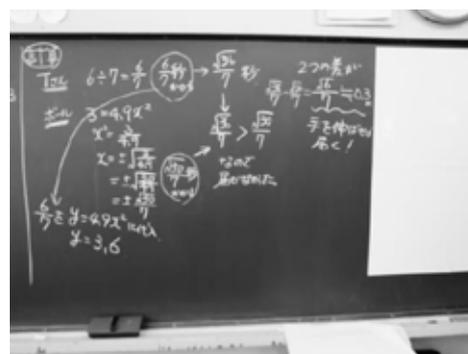


公開授業Ⅱについては、問題の把握、導入場面、変数の設定と2つの運動の式表現、題材の数値設定、スモールステップによる段階的なアプローチ、数学的結論とその解釈、数学化する過程での重点などに関する議論が交わされた。

実際の授業では、時間をかけて問題の理解を丁寧に扱い、事実の部分と仮定の部分を明確に区別させながら、数学化を図っていった。何に焦点を当てて考えればよいのか、議論を通して内容を確認しながら明確にしていったことは、生徒が問題解決を進めるうえで大いに効果的であったと思われる。しかし、その反面、前半に時間がかかってしまったために、自力解決にかける時間が少なくなってしまったことも否めない。計算して求められた数値について検討するのに、十分な時間がかけられなかったという課題が残された。数学を活用する学習においては、数学的に得られた結論に対して、現実の事象と照らし合わせて検討する過程もまた重要である。その過程は先に掲げた「B. 見いだしたことがらについて振り返って考える活動」そのものともいえる。今後は、その過程にもより目を向けて授業展開していけるよう、研究を進めていかなければならないと考える。



振り返って考える活動を通して、生徒たちの学習に広がりや深まりがもたらされるよう、題材のみならず、発問・展開の仕方などについてもより一層の注意をはらって研究を進めていきたいと考える。また、生徒の見とりについても、併せて研究していく必要があるとも考えている。



《 参考・引用文献 》

- 松原 元一 編著(1987)「考えさせる授業 算数・数学」東京書籍
- 半田 進 編著(1995)「考えさせる授業 算数・数学 実践編」東京書籍
- 松原 元一(1990)「数学的な見方考え方 子どもはどのように考えるか」国土社
- 山梨大学教育人間科学部附属中学校 研究紀要(2005～2013)
- 文部科学省(2008)「中学校学習指導要領解説数学編」教育出版